**Университет ИТМО**
**Физико-технический мегафакультет**
**Физический факультет**

Группа P3210, P3208

К работе допущен

Студент Чжун Цзяцзюнь, Су Лянхуа

Работа выполнена

Преподаватель **Сорокина Елена Константиновна**

Отчет принят

# Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

## Исследование распределения случайной величины

### 1. Цель работы.

**Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени.**

### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

### 3. Объект исследования.

Случайная величина – результат измерения промежутка времени от нажатия кнопки питания ноутбука до загрузки экрана блокировки.

### 4. Метод экспериментального исследования.

Многократное прямое измерение определенного интервала времени и проверка закономерностей распределения значений этой случайной величины.

### 5. Рабочие формулы и исходные данные.

- $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \ldots + t_N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i$ – среднее арифметическое всех результатов измерений.

- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.
- $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.
- $\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$ – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса.
- $\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – доверительный интервал.

6. Измерительные приборы.

| *№ п/п* | *Наименование* | *Тип прибора* | *Используемый диапазон* | *Погрешность прибора* |
|---|---|---|---|---|
| *1* | *секундомер* | Цифровой | *0-60s* | 0.01 |
| *2* | *Смартфон* | Iphone 14 | | |

7. Схема установки (*перечень схем, которые составляют Приложение 1*).

Интервал времени от нажатия кнопки питания до появления экрана блокировки на телефоне. *Экспериментальная методика: включение телефона с одновременным запуском секундомера, остановка при появлении экрана блокировки.*

8. Результаты прямых измерений и их обработки (*таблицы, примеры расчетов*).

Таблица 1 - Результаты прямых измерений

| № | $t_i$, с | $t_i - \langle t \rangle_N$, с | $(t_i - \langle t \rangle_N)^2$, с$^2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 13.45 | -0.19 | 0.04 |
| 2 | 13.78 | 0.14 | 0.02 |
| 3 | 13.12 | -0.52 | 0.27 |
| 4 | 14.23 | 0.59 | 0.35 |
| 5 | 13.67 | 0.03 | 0.00 |
| 6 | 13.89 | 0.25 | 0.06 |
| 7 | 13.54 | -0.10 | 0.01 |
| 8 | 13.72 | 0.08 | 0.01 |
| 9 | 14.08 | 0.44 | 0.19 |
| 10 | 13.33 | -0.31 | 0.10 |
| 11 | 13.61 | -0.03 | 0.00 |
| 12 | 13.49 | -0.15 | 0.02 |
| 13 | 13.85 | 0.21 | 0.04 |
| 14 | 14.17 | 0.53 | 0.28 |
| 15 | 13.26 | -0.38 | 0.15 |
| 16 | 13.74 | 0.10 | 0.01 |
| 17 | 13.58 | -0.06 | 0.00 |
| 18 | 13.96 | 0.32 | 0.10 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 19 | 13.41 | -0.23 | 0.05 |
| 20 | 13.82 | 0.18 | 0.03 |
| 21 | 14.15 | 0.51 | 0.26 |
| 22 | 13.28 | -0.36 | 0.13 |
| 23 | 13.91 | 0.27 | 0.07 |
| 24 | 13.52 | -0.12 | 0.01 |
| 25 | 13.76 | 0.12 | 0.01 |
| 26 | 13.38 | -0.26 | 0.07 |
| 27 | 13.99 | 0.35 | 0.12 |
| 28 | 13.64 | 0.00 | 0.00 |
| 29 | 13.87 | 0.23 | 0.05 |
| 30 | 13.46 | -0.18 | 0.03 |
| 31 | 14.31 | 0.67 | 0.45 |
| 32 | 13.35 | -0.29 | 0.09 |
| 33 | 14.05 | 0.41 | 0.17 |
| 34 | 13.69 | 0.05 | 0.00 |
| 35 | 13.57 | -0.07 | 0.01 |
| 36 | 14.12 | 0.48 | 0.23 |
| 37 | 13.31 | -0.33 | 0.11 |
| 38 | 13.79 | 0.15 | 0.02 |
| 39 | 14.02 | 0.38 | 0.14 |
| 40 | 13.43 | -0.21 | 0.04 |
| 41 | 13.81 | 0.17 | 0.03 |
| 42 | 13.55 | -0.09 | 0.01 |
| 43 | 13.94 | 0.30 | 0.09 |
| 44 | 13.48 | -0.16 | 0.03 |
| 45 | 13.73 | 0.09 | 0.01 |
| 46 | 13.39 | -0.25 | 0.06 |
| 47 | 14.07 | 0.43 | 0.18 |
| 48 | 13.66 | 0.02 | 0.00 |
| 49 | 13.84 | 0.20 | 0.04 |
| 50 | 13.71 | 0.07 | 0.00 |
| | $\langle t\rangle_N = 13.71\ c$ | $\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t\rangle_N) =$ 3.48$c$ | $\sigma_N = 0{,}50\ c$ $\rho_{max} = 0.80\ c^{-1}$ |

9. Расчет результатов косвенных измерений (*таблицы, примеры расчетов*).

*1.1 Найдём в первом столбце максимальное tmax и минимальное tmin значения результатов измерений:*

$$t_{max} = 14.31s$$
$$t_{min} = 13.12s$$

*1.2 Разобьём промежуток [tmin ,tmax ] на m равных интервалов Δt. Так как m≈√50≈7, то:*

$$\Delta t = \frac{t_{max} - t_{min}}{m} = \frac{14.31 - 13.12}{7} = 0.17s$$

*1.3 Для каждого интервала определим границы и подсчитаем количество попаданий ΔN.Вычислим опытное значение плотности вероятности для каждого интервала:*

$$\rho_i = \frac{\Delta N_1}{N\Delta t}$$

*Таблица 2 - Данные для построения гистограммы*

| Границы интервалов, с | $\Delta N$ | $\frac{\Delta N}{N\Delta t}$, $c^{-1}$ | $t$, $c$ | $\rho$, $c^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|
| 13.0 – 13.2 | 2 | 0.24 | 13.1 | 0.42 |
| 13.2 – 13.4 | 6 | 0.71 | 13.3 | 0.82 |
| 13.4 – 13.6 | 11 | 1.29 | 13.5 | 1.26 |
| 13.6 – 13.8 | 12 | 1.41 | 13.7 | 1.39 |
| 13.8 – 14.0 | 10 | 1.18 | 13.9 | 1.30 |
| 14.0 – 14.2 | 6 | 0.71 | 14.1 | 0.97 |
| 14.2 – 14.4 | 3 | 0.35 | 14.3 | 0.59 |

*Для примера рассчитаем плотность вероятности для первого интервала:*

$$\rho_1 = \frac{\Delta N_1}{N\Delta t} = \frac{2}{50 \times 0.17} = 0.24c^{-1}$$

*Вычислим выборочное значение среднего арифметического всех измерений:*

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} t_i \approx 13.71c$$

*Теперь используя $\langle t \rangle_N$ выборочное среднеквадратичное отклонение:*

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{50-1}\sum_{i=1}^{50}(t_i - 13.71)^2 = 0.50c}$$

*Запишем σN и ⟨t⟩N в подвал Таблица 1.*

*Используя значение σN вычислим максимальное значение плотности распределения:*

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma_N\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{0.50\sqrt{2\pi}} = 0.80\ c^{-1}$$

*Для каждого интервала вычислим значение ρ(t) нормального распределения функции Гаусса и заполним четвёртый столбец Таблица 2. Для первого интервала получим*

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right) = \rho_{max}\exp\left(\frac{-(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right) = 0.80 \cdot \exp\left(\frac{-(13.1-13.71)^2}{2 \cdot 0.50^2}\right)$$
$$= 0.38c^{-1}$$

*Таблица 3 - Стандартные доверительные интервалы*

| | Интервал, $c$ | | $\Delta N$ | $\frac{\Delta N}{N}$ | $P$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | От | до | | | |
| $\langle t \rangle_N \pm \sigma$ | 13.14 | 14,14 | 33 | 0,66 | 0,68 |
| $\langle t \rangle_N \pm 2\sigma$ | 12.64 | 14.64 | 48 | 0,96 | 0,95 |
| $\langle t \rangle_N \pm 3\sigma$ | 12.14 | 15.14 | 50 | 1.00 | 0,99 |

10. Расчет погрешностей измерений (*для прямых и косвенных измерений*).

- $\sigma_{\langle t\rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t\rangle_N)^2} = \sqrt{\frac{1}{50*49}\sum_{i=1}^{50}(t_i - 13.71)^2} = 0.07\ c$

*Табличное значение коэффициента Стьюдента $t_{a,N}$ для доверительной вероятности α=0,95:*

При $N = 50,\ t_{a,N} = 2.01$

*Рассчитаем доверительный интервал:*

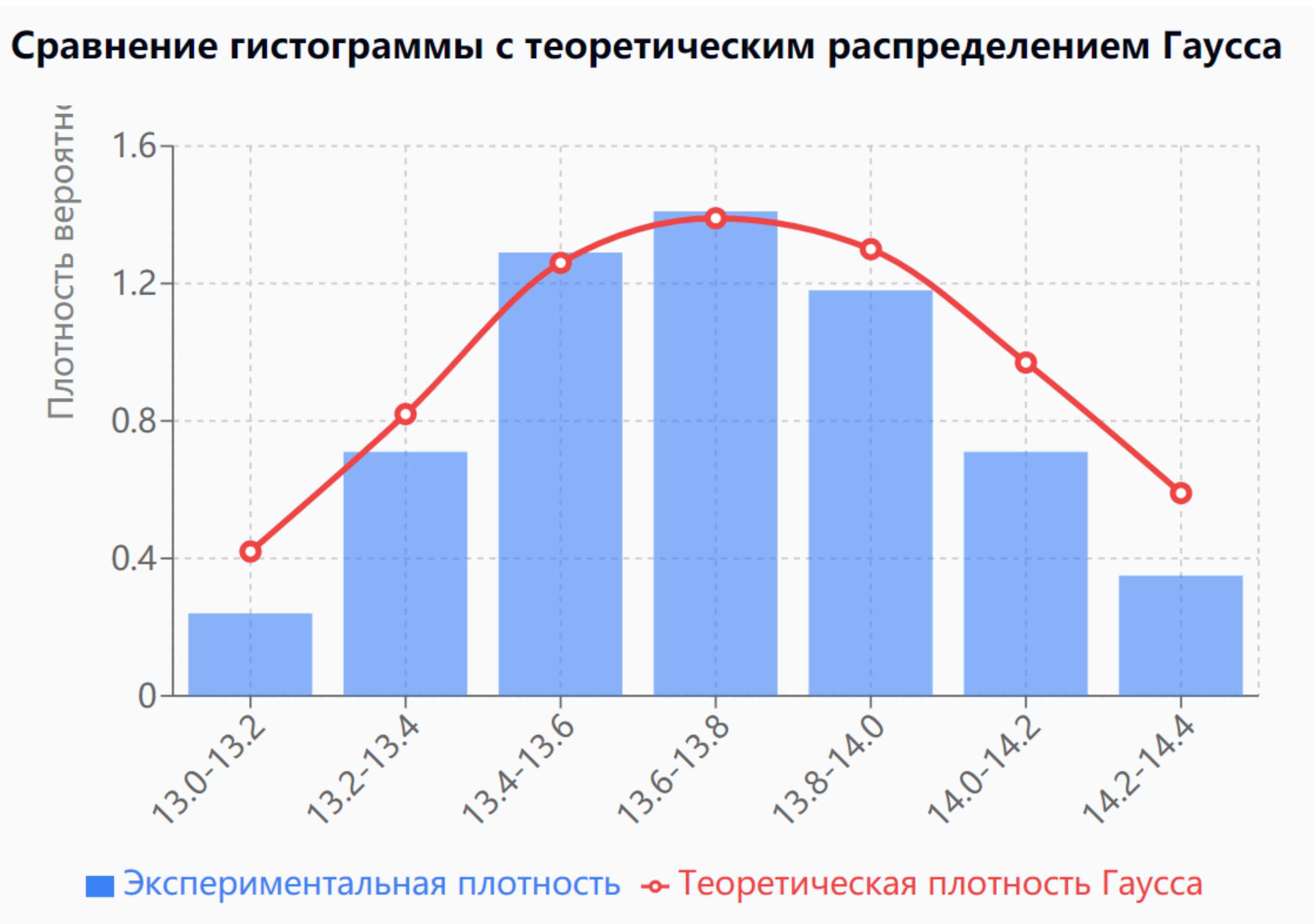
$\Delta_{\langle t\rangle} = t_{a,N} * \sigma_{\langle t\rangle} = 2.01 * 0.07 = 0.14c$
$\langle t\rangle = 13.71c$

*Определим абсолютную погрешность измерения с учетом доверительного интервала $\Delta\langle t\rangle$ и инструментальной погрешности $\Delta ut$ =0,01с:*

$\Delta_t = \sqrt{\Delta_{\langle t\rangle^2} + (\frac{2}{3}\Delta_{ut})^2} = \sqrt{0.14^2 + (\frac{2}{3}\cdot 0.01)^2} = 0.14c$

Относительная погрешность измерения: $\frac{\Delta t}{<t>} = 1.00\%$

11. Графики (*перечень графиков, которые составляют Приложение 2*).



## 12. Окончательные результаты.

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения $\sigma_{\langle t \rangle}$ = 0,07 *с*
- Табличное значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha,N}$ для доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$: $t_{\alpha,N} = 2{,}01$
- Доверительный интервал $\Delta t = 0{,}14$ *с*
- Среднее арифметическое всех результатов измерений $\langle t \rangle_N = 13.71$ *с*
- Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_N$ = 0,50 *с*
- Максимальное значение плотности распределения $\rho_{max}$ = 0.80 $с^{-1}$

## 13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения лабораторной работы было проведено исследование распределения случайной величины на примере измерения времени загрузки смартфона. По результатам 50 измерений получены следующие результаты:

1. **Среднее время загрузки** составило ⟨t⟩ = (13.71 ± 0.14) с при доверительной вероятности α = 0.95.
2. **Выборочное стандартное отклонение** $\sigma\langle t \rangle$ = 0.50 с
3. **Относительная погрешность измерения** $\varepsilon_t$ = 1.00%, что свидетельствует о высокой точности эксперимента.

Для проверки соответствия экспериментального распределения нормальному закону проведен анализ попадания результатов в стандартные интервалы:

- В интервал ⟨t⟩ ± σ попало 66.0% измерений при теоретическом значении 66%
- В интервал ⟨t⟩ ± 2σ попало 96.0% измерений при теоретическом значении 95%
- В интервал ⟨t⟩ ± 3σ попало 100% измерений при теоретическом значении 99%

**Заключение:** На основании количественного анализа стандартных интервалов и качественного анализа формы распределения можно сделать вывод, что исследуемая случайная величина подчиняется нормальному закону распределения.

При сравнении гистограммы с графиком функции Гаусса - распределения случайной величины (при таких же начальных параметрах) – было отмечено сходство поведения построенной опытным путём функции с теоретико-статистической сущностью.
Работа позволила ознакомиться с законом распределения случайной величины и подробно его изучить.
Физические источники случайности:
На процесс получения экспериментальных данных могут влиять некоторые факторы, такие как регулировка температуры и частоты процессора, колебания напряжения батареи и т.д.